

## ESTUDIO DE LA VALIDEZ DEL CONCEPTO DE MATERIAL EQUIVALENTE PARA PREDECIR LA ROTURA PRODUCIDA POR ENTALLAS EN U

F.J. Gómez, Javier<sup>1\*</sup>, M. Ispizua<sup>1</sup>, S. Cicero<sup>2</sup>, A.R. Torabi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ADVANCED MATERIAL SIMULATION SL  
C/Elcano 14 48008 Bilbao, Spain

\*Persona de contacto: Javier.gomez@amsimulation.com

<sup>2</sup>LADICIM, Universidad de Cantabria, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Av/Los Castros 44, Santander, Cantabria 39005, Spain

<sup>3</sup>Fracture Research Laboratory, Faculty of New Science and Technologies, University of Tehran,  
Tehran, Iran

### RESUMEN

El presente trabajo analiza los límites de aplicabilidad del concepto de material equivalente para predecir la rotura producida por entallas en U. El concepto de material equivalente simplifica el estudio de materiales elastoplásticos reduciéndolos al caso elástico lineal, introduciendo una tensión de rotura ficticia tal que en un ensayo de tracción la energía de deformación es igual al del material real. Esta aproximación combinada con un criterio de rotura permite calcular la carga máxima que resiste un sólido entallado en forma de U. La metodología ha sido aplicada a diferentes materiales elastoplásticos, configuraciones y temperaturas distinguiendo entre casos válidos e inválidos. Estos dos grupos diferenciados han permitido establecer los límites de validez y determinar una condición de aplicabilidad basada en el factor de intensidad de tensiones en entallas en U adimensionalizado, el radio adimensional y el ratio entre la carga máxima y la carga de colapso plástico.

**PALABRAS CLAVE:** Entallas en U, criterios de rotura, diagramas de fallo, concepto de material equivalente

### ABSTRACT

This paper analyses the limits of the equivalent material concept to predict the load bearing capacity in U-notched components. The Equivalent Material Concept simplifies the integrity assessment of notches in elastoplastic materials by reducing them to fictitious linear elastic ones. The combination of this approach with a brittle failure criterion predicts the fracture of U-notched ductile components. The methodology has been applied to different materials, configurations and temperatures distinguishing between valid and invalid cases. These two differentiated groups have allowed establishing the limits of validity and determine a condition based on the dimensionless notch stress intensity factor, the dimensionless notch radius and the ratio between the maximum load and the plastic collapse load.

**KEYWORDS:** U-notches, failure criteria, failure assessment diagrams, equivalent material concept.

### INTRODUCCIÓN

La presencia de entallas en U en elementos estructurales aumenta el riesgo de fallo debido a la concentración de tensiones. Su integridad estructural se puede garantizar a partir de metodologías de rotura que evalúen la carga máxima que resisten. En una fisura, el caso límite de una entalla en U con radio cero, la Mecánica de Fractura resuelve el problema: si el material es elástico lineal hasta rotura la carga máxima se alcanza cuando el factor de intensidad de tensiones es igual al valor de la tenacidad de fractura del material. En materiales elastoplásticos, este criterio sigue siendo válido cuando el tamaño de la zona plástica en la raíz de la fisura es pequeño en comparación con el resto de las dimensiones del componente [1].

En entallas en U con radio distinto de cero y materiales elástico-lineales, el campo tensional en las proximidades se puede aproximar por la expresión dada por Creager y Paris [2], según la cual la tensión queda determinada por las coordenadas de posición del punto, el radio y un factor de intensidad de tensiones de entalla. En este caso no existe singularidad tensional, pero la aproximación anterior permite establecer que en la rotura se producirá cuando este factor alcance un valor crítico dependiente del radio [2-3].

La aplicación del criterio requiere conocer una función de rotura del material dependiente del radio. Esta función material se puede obtener a partir de criterios de rotura locales como el criterio de densidad de energía media

crítica [4], máxima tensión, tensión media [5-6] o la teoría de la fisura cohesiva [7]. Gómez y Elices [8] comprobaron además que dicha función expresada de forma adimensional posee una dependencia débil con el material y que la aplicación de los diferentes criterios de rotura conduce a predicciones relativamente similares.

En materiales elástico-lineales hasta rotura, la metodología anterior resuelve el problema. Sin embargo, en materiales elastoplásticos la aproximación dada por Creager y Paris no es válida y son necesarias aproximaciones o correcciones adicionales como las sugeridas por Neuber [9], Glinka [10] o Torabi [11-12]. Este último ha propuesto el concepto de material equivalente “Equivalent Material Concept” (EMC), sustituyendo en los criterios de rotura el material real elastoplástico por otro elástico lineal. Gomez y Torabi analizaron la aplicación del concepto de material equivalente combinado con la formulación adimensional de la curva de rotura en entallas en U a materiales elastoplásticos [13]. En todos los casos estudiados en [13] la plasticidad estaba localizada en las proximidades de la grieta, estableciendo un primer límite de aplicabilidad del criterio basado en el cociente entre la carga aplicada y la carga de agotamiento plástico de la sección utilizada en los diagramas de fallo [14].

En el presente trabajo se aplica el procedimiento propuesto en [13] a geometrías con plasticidad desarrollada buscando establecer el límite de validez de la combinación de los criterios de rotura en entallas en U con el concepto de material equivalente.

## APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE MATERIAL EQUIVALENTE A ENTALLAS EN U

El concepto de material equivalente [11] sustituye el comportamiento mecánico real por otro ficticio elástico lineal y establece que el nuevo material posee el mismo módulo de elasticidad,  $E$ , y tenacidad de fractura,  $K_{IC}$ , que el real, mientras que la tensión de rotura se obtiene suponiendo que la densidad de energía desarrollada en un ensayo de tracción en carga máxima es la misma en el caso real y el equivalente.

$$(SED)_{necking} = \frac{\sigma_f^2}{2E} \quad (1)$$

Donde  $SED_{necking}$  es la densidad de energía desarrollada en un ensayo de tracción bajo carga máxima y  $\sigma_f$  la tensión ficticia de rotura del material equivalente. Conociendo esta tensión se pueden aplicar criterios de rotura locales o la metodología sugerida por Gómez et al [8] basada en la forma adimensional del factor de intensidad de tensiones de entalla.

$$\frac{K_I^R}{K_{IC}} \approx K_{IC}^* \left( \frac{R}{l_{ch}} \right) \quad (2)$$

Donde  $R$  es el radio,  $K_I^R$  el factor de intensidad de tensiones de la entalla y  $l_{ch}$  es la longitud característica del material definida en materiales elástico-lineales hasta rotura como

$$l_{ch} = \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_f} \right)^2 \quad (3)$$

Y en materiales elastoplásticos a partir de la tensión ficticia de rotura

$$l_{ch} = \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_f} \right)^2 \quad (4)$$

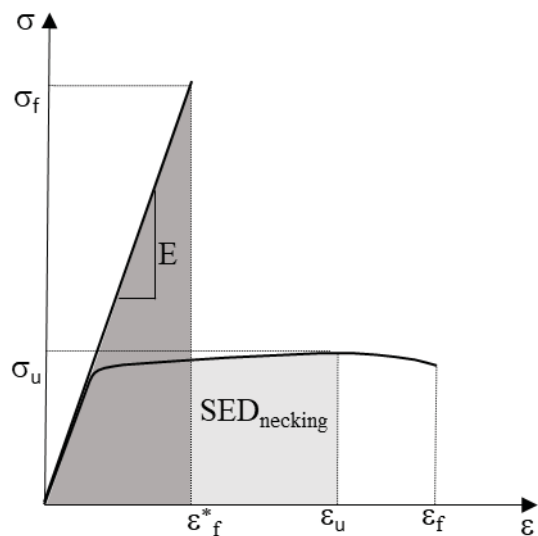


Figura 1. Curva tensión deformación en el material real y en el material ficticio.

Como criterio de rotura, Gómez y Elices [15] propusieron una curva fenomenológica obtenida por ajuste de los factores de intensidad de tensiones de entalla adimensionalizados correspondientes a 12 materiales diferentes: PMMA a  $-60^\circ\text{C}$ , alúmina a distintas temperaturas y en condiciones de ensayo, nitrato de silicio, carburo de silicio, silicio policristalino y monocristalino, circonia parcialmente estabilizada con magnesia, circonia parcialmente estabilizada con itria, circonia totalmente estabilizada con distintas cantidades de itria y compuestos de alúmina con 7% de circonia. La curva adimensional aparece en la expresión (5), donde se observa que para radio nulo la función tiende al caso de una fisura y para radio infinito presenta una asíntota correspondiente a una geometría de tracción sin defecto.

Los resultados se muestran en la figura 2 donde los factores experimentales se concentran en una banda del 35% en torno a la curva media experimental.

$$\frac{K_I^R}{K_{IC}} = \sqrt{\frac{1+0.47392(R/l_{ch})+2.1382(R/l_{ch})^2+\pi/4(R/l_{ch})^3}{1+(R/l_{ch})^2}} \quad (5)$$

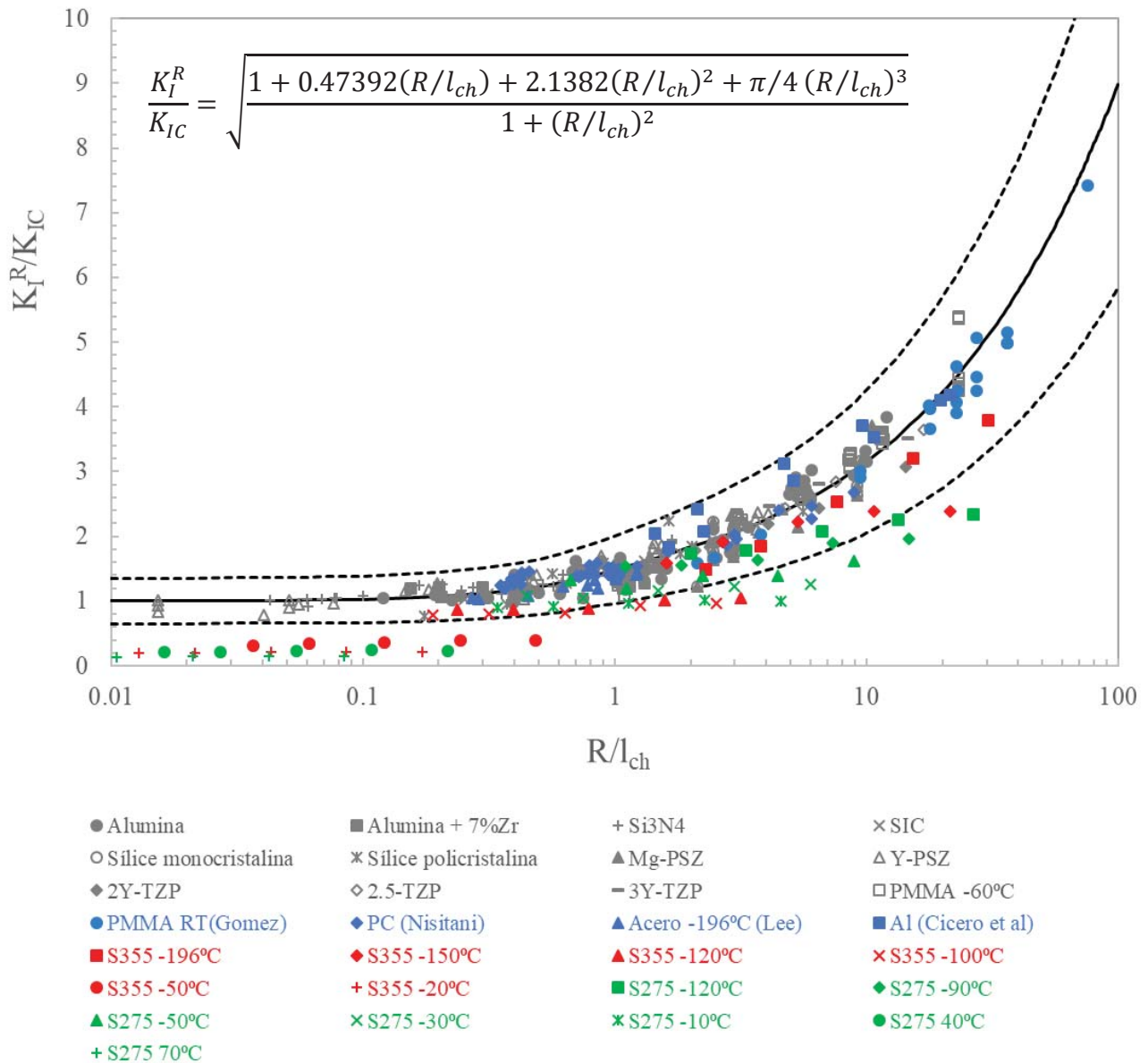


Figura 2. Factor de intensidad de tensiones de entalla adimensional en materiales elástico-lineales (negro) materiales elastoplásticos con plasticidad reducida (azul), acero S355 (rojo), acero S275 (verde), curva fenomenológica (línea continua) y banda 35% (línea discontinua).

Gomez y Torabi [13] han combinado el concepto de material equivalente con la forma adimensional del criterio de rotura para predecir la carga máxima que resisten sólidos entallados en U en materiales elastoplásticos. El trabajo incluyó PMMA a temperatura ambiente, policarbonato, una aleación de aluminio A7075-T651, y dos aceros a -196°C, A508 y S355. Los factores adimensionales obtenidos se encuentran dentro de la banda experimental del 35% entorno a la curva ajustada dada por la expresión (5) (Figura 2) [13].

## LÍMITES DE LA METODOLOGÍA

Las geometrías analizadas en [13] corresponden a configuraciones donde la rotura se produce antes de alcanzar una plasticidad desarrollada en la sección de la entalla. Con objeto de establecer los límites de la metodología propuesta se han estudiado dos aceros ensayados en condiciones claramente dúctiles.

Cicero et al [16-17] realizaron un extenso programa experimental de ensayos de rotura de probetas compactas

entalladas en U en dos aceros en un amplio rango de temperaturas (Tabla 1). El programa incluyó ensayos en acero S275JR a 7 temperaturas diferentes desde -120°C a 70°C y ensayos en acero S355J2 a seis temperaturas, desde -196°C hasta -20°C. Las curvas tensión deformación de los materiales, las cargas de rotura y los valores de las cargas de colapso plástico pueden encontrarse en el artículo original [17]. A partir de las curvas tensión deformación y la expresión (1) se ha obtenido la tensión ficticia (Tabla 1).

Tabla 1. Propiedades de los aceros S275JR y S355J2 analizados.

Material	T (°C)	E (GPa)	K <sub>IC</sub> (MPa <sup>m</sup> <sup>0.5</sup> )	σ <sub>f</sub> (MPa)
S275JR	-120	213	48.8	5633.86
	-90	211	62.7	5381.03
	-50	209	80.6	5376.65
	-30	208	100.7	5504.27
	-10	207	122.8	5860.8
	40	205	504.8	5260.84
	70	203	771.1	5046.52
S355J2	-196	218	31.3	3864.68
	-150	215	60.6	6264.86
	-120	212	146.6	5824.97
	-100	212	157.5	5607.95
	-50	209	372.1	5806.37
	-20	208	635.6	5893.46

Con los valores de las cargas de rotura se ha determinado los factores de intensidad de tensiones de la entalla definidos a partir de la siguiente expresión:

$$K_I^R = \frac{\sigma_{\max}}{2} \sqrt{\pi R} \quad (6)$$

donde  $\sigma_{\max}$  es la tensión en la raíz de la entalla. Para determinar  $\sigma_{\max}$  se ha llevado a cabo un cálculo elástico lineal por elementos finitos con el código WARP3D para cada una de las geometrías estudiadas. Un ejemplo de las mallas empleadas aparece en la Figura 3.

Los factores adimensionales obtenidos se han representado en la Figura 2, donde se observa como el método propuesto deja de ser válido para algunas de las muestras ensayadas.

Junto a los factores de intensidad de tensiones de entalla y el radio adimensional, se ha obtenido analíticamente la carga de colapso plástico en las geometrías compactas de acero estructural y aluminio A7075-T651. El procedimiento, descrito con más detalle en [17], ha consistido en interpolar la carga de colapso plástico entre los valores correspondientes a tensión y deformación plana, en función del valor del factor de intensidad de tensiones.

Con objeto de establecer un límite de validez del concepto de material equivalente se ha fijado un intervalo de valores admisibles  $[0.65 K_{IC}^{R*}, 1.35 K_{IC}^{R*}]$  fuera del cual se considera que el método no es válido (Figura 2). El análisis de validez se ha llevado a cabo en un espacio de parámetros ( $R/l_{ch}$ ,  $L_r$ ), definiendo este último como el cociente entre la carga aplicada y la carga de colapso plástico [14].

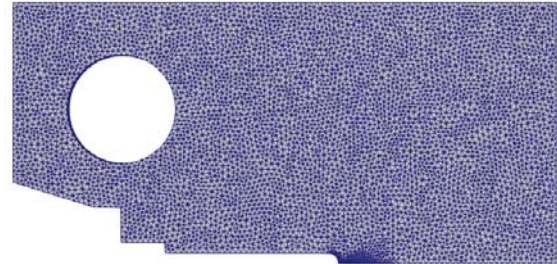


Figura 3. Malla de elementos finitos utilizada para determinar la tensión principal mayor en la raíz de la entalla.

En la Figura 4 se han representado los valores experimentales de  $L_r$  en función de  $R/l_{ch}$  para todos los ensayos de la aleación de aluminio A7075-T651, el acero S275JR y el acero S355J2. Los puntos de color rojo corresponden a los ensayos donde la aproximación dada por el concepto de material equivalente no es válida y los azules aquellos que quedan dentro del rango de validez que aparece en la Figura 2. Los valores válidos se concentran en la zona inferior del gráfico, es decir, en la zona de menor plasticidad

Para definir la frontera de separación entre las dos familias de puntos, se ha realizado una regresión logística sobre los datos de la Figura 4. Este análisis predice el resultado de una variable categórica, la aplicabilidad del concepto de material equivalente, en función de las variables predictoras  $L_r$  y  $R/l_{ch}$ . Al ser una variable categórica, se modela la probabilidad  $\pi$  de que el experimento sea válido, es decir, la probabilidad de que el ensayo quede dentro de la zona de validez. Como primera aproximación, se supone que la frontera de separación es una función lineal:

$$\ln\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \beta_0 + \beta_1 \frac{R}{l_{ch}} + \beta_2 L_r \quad (7)$$

donde los parámetros  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  se estiman a través del principio de máxima verosimilitud.

La recta de la Figura 4 representa los puntos en los que la probabilidad de que el experimento sea válido tiene un valor de 0.5. Los puntos por debajo de la recta tienen, según la regresión logística, una probabilidad mayor que 0.5 de ser válidos y los que están por encima una probabilidad menor que 0.5.

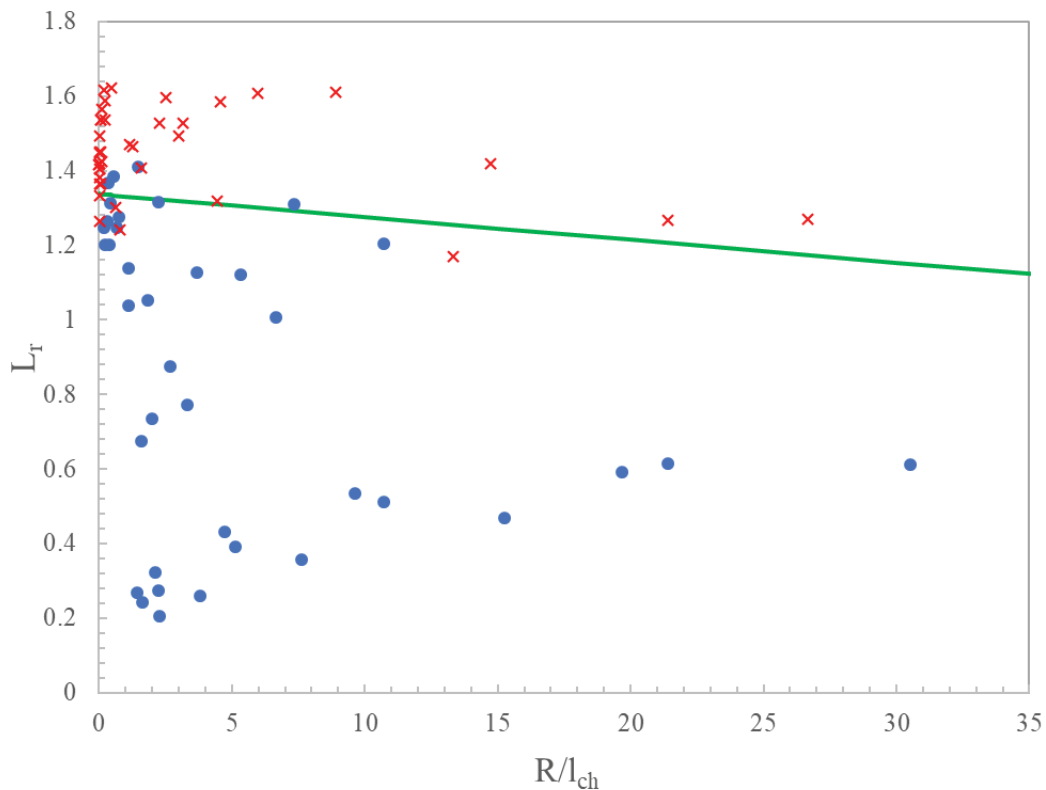


Figura 4. Análisis de los límites de aplicabilidad del Concepto de Material Equivalente.

Esta recta nos permite sugerir aplicar el concepto de material equivalente en entallas en U si se cumple la siguiente condición

$$L_r \leq 1.337 - 0.006119 \frac{R}{l_{ch}} \quad (8)$$

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha formulado un procedimiento para obtener la carga máxima en sólidos entallados en U en materiales elastoplásticos combinando un criterio de rotura fenomenológico con el concepto de material equivalente.

Se han establecido los límites de aplicabilidad de la aproximación propuesta definiendo una región de validez en función del radio adimensionalizado y del nivel de plastificación. La frontera ha sido ajustada a una recta cuya ecuación es una recomendación práctica para aplicar el concepto de material equivalente en sólidos entallados en U en materiales elastoplásticos.

La aproximación sugerida predice de forma unificada el comportamiento de sólidos entallados en U de materiales elástico-lineales hasta rotura, materiales elastoplásticos con plasticidad contenida y materiales elastoplásticos con plasticidad desarrollada.

## AGRADECIMIENTOS

The authors wish to express their gratitude to the European Union's H2020 research and innovation programme for their financial support under the LightCoce project (No 814632).

## REFERENCIAS

- [1] G.R. Irwin. Analysis of Stresses and Strain Near the End of a Crack Traversing Plate. *Journal of Applied Mechanics* (1957) 24:361-364.
- [2] M. Creager, P.C. Paris. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking. *International Journal of Fracture Mechanics* (1967) 3:247-252.
- [3] G. Glinka, A. Newport. Universal features of elastic notch-tip stress fields. *International Journal of Fatigue* (1987) 9:143-150.
- [4] P. Lazzarin, F. Berto. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, *International Journal of Fracture*, 135, 161-185, 2005.
- [5] A. Seweryn, A. Lukaszewicz. Verification of brittle fracture criteria for elements with V-shaped



- notches, *Engineering Fracture Mechanics*, 69, 1487-1510, 2002.
- [6] L. Susmel, D. Taylor. The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 534-550, 2008.
- [7] F.J. Gómez, M. Elices, A. Valiente. Cracking in PMMA containing U-shaped notches, *Fatigue Fracture Engineering Material and Structures*, 23, 795-803, 2000.
- [8] F.J. Gómez, G. Guinea, M. Elices. Failure criteria for linear elastic materials with U-notches. *International Journal of Fracture* (2206) 141(1):99-113.
- [9] H. Neuber. *Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural form and Material*, second ed. Springer Verlag, Berlin, 1958.
- [10] G. Glinka. Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks. *Engineering Fracture Mechanics* (1985) 22:485-508.
- [11] A.R. Torabi. Estimation of tensile load-bearing capacity of ductile metallic materials weakened by a V-notch: the equivalent material concept. *Material Science and Engineering A* (2012) 536:249-255.
- [12] A.R. Torabi. Ultimate bending strength evaluation of U-notched ductile steel samples under large-scale yielding conditions, *International Journal of Fracture*, 180, 261-268, 2013.
- [13] F.J. Gómez, A.R. Torabi. Application of the equivalent material concept to fracture of U-notched solids under small scale yielding. *Procedia Structural Integrity* (2018) 13:267-272.
- [14] FITNET, European Fitness-for-Service Network, EU's Framework 5, Proposal No. GTC1-2001-43049, Contract No. G1RT-CT-2001-05071.
- [15] F.J. Gómez, M. Elices. Fracture loads for ceramic samples with rounded notches, *Engineering Fracture Mechanics*, 73, 880-894, 2006.
- [16] S. Cicero, T. García, V. Madrazo. Análisis de la integridad estructural de aceros ferríticos entallados en la zona de transición dúctil frágil. *Anales de mecánica de la fractura* (2015) 32:563-568
- [17] V. Madrazo, S. Cicero, T. García. Assessment of notched structural steel components using failure assessment diagrams and the theory of critical distance. *Engineering Failure Analysis* (2014) 36:104-120
- [18] V. Madrazo, S. Cicero, T. García. Assessment of notched structural steel components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances, *Engineering Failure Analysis*, 36, 104-120, 2014.